1 Calculer les intégrales ci-dessous.

$\int_{-1}^{3}\left(\frac{x^2}{2}-x\right)dx$; $\int_{1}^{2}t(t+1)^3dt$;

$\int_{-1}^{1}(2x+1)\left(x^2+x-5\right)^3dx$; $\int_{1}^{2}\sqrt{2x+1}\,dx$;

$\int_{1}^{2}\frac{dx}{(1+x)^2}$; $\int_{0}^{4}\frac{dx}{\sqrt{2x+1}}$; $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}\cos^4 t\,\sin t\,dt$;

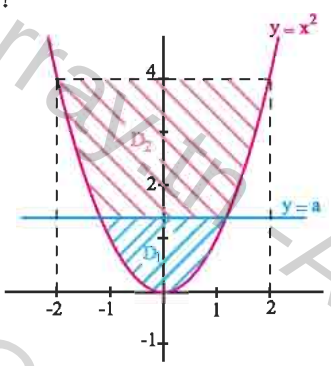
$\int_{-2}^{1}|x(x+1)|dx$; $\int_{-3}^{3}|x^3+x|dx$; $\int_{0}^{3}|2t-1|dt$,

$\int_{0}^{2\pi}|\sin x|dx$.

2 le plan est muni d'un repère orthonormé.

Soit $a>0$.

Pour quelle valeur de a, les parties D_1 et D_2 ont-elles la même aire ?



3 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ par $f(x)=\frac{2x-1}{(x-1)^3}$.

On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. Etudier f et tracer C_f.
2. Montrer qu'il existe deux réels a et b tels que $f(x)=\frac{a}{(x-1)^2}+\frac{b}{(x-1)^3}$ pour tout x de $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.
3. Soit $\lambda<\frac{1}{2}$. On pose $\mathcal{A}(\lambda)$ l'aire de la partie du plan limité par la courbe C_f, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=\lambda$ et $x=\frac{1}{2}$.

a. Déterminer $\mathcal{A}(\lambda)$.

b. Calculer $\lim\limits_{\lambda\to-\infty}\mathcal{A}(\lambda)$.

4 1. On considère la fonction h définie sur $]0,+\infty[$ par $h(x)=x^2-4x+6-3\sqrt{x}$.

a. Calculer $h''(x)$, $x>0$.

b. Montrer que l'équation $h'(x)=0$ possède une unique solution α appartenant à $]2,3[$.

c. Déterminer le signe de h' et dresser le tableau de variation de h.

d. Calculer $h(1)$ et $h(4)$. En déduire que 1 et 4 sont les uniques solutions de l'équation $h(x)=0$.

2. a. Représenter dans un repère orthonormé, les fonctions f et g définies sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=x^2-4x+6$ et $g(x)=3\sqrt{x}$.

b. Calculer l'aire de la partie limitée par ces deux courbes.

5 Le plan est muni d'un repère orthonormé.

On considère les fonctions f et g définies sur $[0,\frac{\pi}{2}]$ définies par $f(x)=\sin x$ et $g(x)=\sin^2 x$.

1. Etudier les fonctions f et g.
2. Etudier la position des courbes C_f et C_g de f et g .
3. Représenter C_f et C_g .
4. Calculer l'aire de la partie limitée par ces deux courbes.

6 Le plan est muni d'un repère orthonormé.

On considère la fonction f définie sur $[0,\pi]$ par $f(x)=x+\sin x$.

1. Etudier les variations de f sur $[0,\pi]$.
2. Etudier la position de la courbe C_f de f et de la droite D d'équation $y=x$.
3. Représenter C_f et D.
4. Calculer l'aire de la partie limitée par C_f et D.

7 1. Représenter dans un repère orthonormé, les fonctions f et g définies sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=3x^2+\frac{2}{x^3}$ et $g(x)=3x^2$.

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn